

## Voraussetzungen für den Mathezirkel

Der Mathezirkel richtet sich primär an Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, aber wir setzen nur die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe voraus und freuen uns sehr, wenn interessierte Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe ebenfalls teilnehmen. Falls du in der Mittelstufe bist und Interesse hast, aber wegen der Vorkenntnisse noch unsicher bist, melde dich doch einfach an und probiere es aus! Die einzelnen Mathezirkel-Treffen bauen inhaltlich nicht aufeinander auf.

## Termine und Anmeldung

Der Mathezirkel findet im Frühjahr/Sommer 2025 **virtuell/online** an den folgenden Samstagsterminen statt: **10.05.2025, 24.05.2025 und 14.06.2025**, jeweils von 10:00 bis 13:00 Uhr. Zur Teilnahme **melde dich bitte** mit dem **Anmeldeformular** von der Webseite **bis spätestens am Dienstag vor dem Mathezirkel-Treffen** (also bis zum 06.05.2025 bzw. 20.05.2025 bzw. 10.06.2025) per E-Mail bei Frau Britta Borchert an (E-Mail: [britta.borchert@math.upb.de](mailto:britta.borchert@math.upb.de)). Sofern du **nicht volljährig** bist, sollten deine Eltern das Anmeldeformular ebenfalls unterschreiben.<sup>1</sup> Natürlich kannst du dich mit dem Anmeldeformular direkt für alle drei Mathezirkel-Treffen anmelden.

## Teilnahmebescheinigungen

Bei jedem virtuellen Mathezirkel-Treffen wird eine Teilnehmerliste geführt. Nach dem letzten Termin dieser Runde erhalten alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer eine **Teilnahmebescheinigung**, auf der die Themen der besuchten Mathezirkel-Treffen aufgelistet sind.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Hinweis: Bitte beachte, dass Gefährdungen der Vertraulichkeit und der unbefugte Zugriff Dritter bei einer Kommunikation per unverschlüsselter E-Mail nicht ausgeschlossen werden können. Sofern gewünscht, kannst du Dokumente, die du uns per E-Mail zusendest, durch ein Passwort schützen (z.B. durch 7-ZIP) und uns das Passwort auf anderem Wege (z.B. per Telefon) mitteilen. Auf Wunsch kannst du uns das Anmeldeformular auch per Post zusenden.

tet sind.<sup>2</sup> Wenn du eine Teilnahmebescheinigung erhalten möchtest, melde dich in Zoom bitte mit Vorname und Nachname an.

## Virtuelle/Online Mathezirkel-Treffen mit der Videokonferenz-Software Zoom

Alle Mathezirkel-Treffen finden **virtuell/online** statt. Die **Materialien** und die **Zugangsdaten** zu der Videokonferenz-Software Zoom (Campus-Lizenz der Uni Paderborn) werden normalerweise am **Mittwoch vor dem jeweiligen Mathezirkel-Treffen** per E-Mail verschickt. Solltest du trotz Anmeldung zu einem Treffen bis einschließlich Donnerstag davor keine E-Mail bekommen haben, so melde dich bitte bei: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

## Kontakt und Webseite

Scanne diesen Barcode, um zur **Mathezirkel-Webseite** mit den aktuellen Terminen zu kommen:



[math.uni-paderborn.de/mathezirkel/](https://math.uni-paderborn.de/mathezirkel/)

## Leitung des Paderborner Mathezirkels:

AOR Dr. Kerstin Hesse  
Universität Paderborn  
Fakultät für Elektrotechnik, Informatik  
und Mathematik  
Institut für Mathematik  
Warburger Straße 100  
33098 Paderborn

Büro: Gebäude D, Raum D1.217  
Tel.: 05251 60-2605  
E-Mail: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

<sup>2</sup>Dokumente, wie Teilnahmebescheinigungen, schicken wir auf Wunsch und nach Rücksprache auch verschlüsselt oder postalisch zu. Für den Fall, dass du uns dafür deine Postadresse mitteilst, wird diese nach dem Versand unverzüglich gelöscht.



Liebe Schülerin, lieber Schüler,

Mathematiker schwärmen von der Schönheit der Mathematik. Sie sind begeistert von den eleganten Beweisen, der Logik und der klaren Sprache der Mathematik. Mathematik ist spannend, überraschend und wunderschön und kann fast jedem großes Vergnügen bereiten! – Das Ziel des **Paderborner Mathezirkels** ist es, dir diese Schönheit und Eleganz der Mathematik zu vermitteln.

Der Mathezirkel trifft sich im Frühjahr/Sommer 2025 **virtuell/online** (mit der Videokonferenz-Software Zoom) an den folgenden ausgewählten Samstagsterminen: am **10.05.2025**, am **24.05.2025** und am **14.06.2025**, jeweils **von 10:00 bis 13:00 Uhr**. Die spannenden Themen lauten „Numerische Integration“, „Primzahlen und Primzahlzwillinge“ und „Geometrische Figuren im Quadratgitter“ (Details siehe rechts).

Für den Mathezirkel werden nur die Mathematikkenntnisse der Mittelstufe vorausgesetzt. Der Mathezirkel richtet sich damit primär an Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, aber wir freuen uns sehr, wenn interessierte Schülerinnen und Schüler der Mittelstufe ebenfalls teilnehmen.

Zur Teilnahme an einem Mathezirkel-Treffen melde dich bitte mit dem **Anmeldeformular** von der Webseite bis spätestens am Dienstag vor dem jeweiligen Treffen verbindlich per E-Mail bei Frau Britta Borchert an (E-Mail: [britta.borchert@math.upb.de](mailto:britta.borchert@math.upb.de)). Bei Fragen zum Mathezirkel schicke mir bitte einfach eine E-Mail an: [kerstin.hesse@math.upb.de](mailto:kerstin.hesse@math.upb.de)

Ich freue mich sehr, wenn du am Mathezirkel des Instituts für Mathematik der Universität Paderborn teilnimmst!

Mit herzlichen Grüßen



Dr. Kerstin Hesse  
(Akademische Oberrätin, Leitung des Mathezirkels)

## Programm am 10.05.2025

### Numerische Integration

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Wie berechnet man die Fläche zwischen dem Graphen einer Funktion und der  $x$ -Achse auf dem Intervall  $[a, b]$ ? Dabei sollen Anteile der Fläche oberhalb der  $x$ -Achse mit einem positiven Vorzeichen und Anteile der Fläche unterhalb der  $x$ -Achse mit einem negativen Vorzeichen eingehen. – In der Oberstufe lernt man, dass dieses mit Hilfe des Integrals (und konkreter mit einer Stammfunktion des Integranden) geht, aber für die Funktion  $f(x) = \exp(x^2)$  funktioniert das nicht, und man benötigt sogenannte „numerische Integrationsverfahren“. – Wir beschäftigen uns in diesem Mathezirkel-Treffen mit numerischen Integrationsverfahren, mit denen die Fläche zwischen dem Graphen und der  $x$ -Achse angenähert, aber (abgesehen von der durch Computer-Arithmetik begrenzten Genauigkeit) beliebig genau berechnet werden kann. Wir studieren die zusammengesetzte Trapezregel und die zusammengesetzte Simpsonregel und wenden diese an. Die numerischen Berechnungen führen wir mit Excel (oder einem vergleichbaren Tabellenkalkulationsprogramm) durch.

## Programm am 24.05.2025

### Primzahlen und Primzahlzwillinge

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl größer oder gleich 2, die als einzige positive Teiler nur die Zahl 1 und sich selbst hat. Wir beweisen, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, und wir untersuchen, wie diese sich verteilen. Weiter betrachten wir sogenannte Primzahlzwillinge: Zwei Primzahlen  $p_1$  und  $p_2$  heißen Primzahlzwillinge, wenn gilt  $p_2 = p_1 + 2$ . Obwohl es unendlich viele Primzahlen gibt, ist es immer noch unbekannt, ob es unendlich viele oder nur endlich viele Primzahlzwillinge gibt! Dieses ist eine der großen offenen Fragen der Zah-

lentheorie. – In diesem Mathezirkel-Treffen führen wir mit Anleitung auch mehrere interessante Beweise grundlegender Aussagen über Primzahlen durch.

## Programm am 14.06.2025

### Geometrische Figuren im Quadratgitter

Leiterin des Workshops: Dr. Kerstin Hesse

**Beschreibung:** Wir betrachten ein rechtwinkliges Quadratgitter, bei dem alle Punkte des Gitters jeweils den Abstand 1 zu den direkten Nachbarpunkten haben. Die Gitterpunkte sind also  $(m, n)$ , wobei  $m, n$  ganze Zahlen sind. Wie berechnet man den Flächeninhalt  $A$  eines Vielecks, dessen Eckpunkte Gitterpunkte sind? Der Satz von Pick besagt, dass dieses mit der Formel  $A = i + \frac{1}{2} \cdot r - 1$  geht, wobei  $i$  die Anzahl der Gitterpunkte im Innern des Vielecks und  $r$  die Anzahl der Gitterpunkte auf dem Rand des Vielecks ist! Man muss zur Flächenberechnung also bloß Gitterpunkte zählen können. – Wieso gilt dieser überraschende Satz, und wie beweist man ihn? Wir werden uns dem Beweis schrittweise nähern, indem wir den Satz von Pick zunächst für Rechtecke und rechtwinklige achsenparallele Dreiecke, jeweils mit Eckpunkten in Gitterpunkten, beweisen. Eine Erweiterung auf den Fall beliebiger Dreiecke mit Eckpunkten in Gitterpunkten und die Additivität/Subtraktivität der Flächenberechnung liefert darauf aufbauend den Beweis für beliebige Vielecke mit Eckpunkten in Gitterpunkten.